

Урок № 25. Тема урока: «Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю»
Урок освоения новых знаний.

Урок № 26. Тема урока: «Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю»
Урок закрепления знаний

9. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю



Мы умеем приводить дроби к общему знаменателю, но для упрощения вычислений обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю.

Наименьший общий знаменатель равен наименьшему общему кратному этих дробей.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Дано: дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$.

Приведем дроби к общему знаменателю.

Ключевые шаги решения:

1. $\text{НОК}(4, 6) = 12$.
2. Доп. множитель для дроби $\frac{3}{4}$.
 $\frac{3}{4}: 12 : 4 = 3$; $\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{12}$.
3. Доп. множитель для дроби $\frac{5}{6}$.
 $\frac{5}{6}: 12 : 6 = 2$; $\frac{5}{6} = 5 \cdot \frac{2}{6} \cdot 2 = \frac{10}{12}$.
4. Общий знаменатель – 12.

Ответ: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$.

Пример 2. Дано: дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{10}$.

Приведем дроби к общему знаменателю.

Ключевые шаги решения:

1. $\text{НОК}(5, 10) = 10$
Доп. множитель для дроби $\frac{2}{5}$.
 $\frac{2}{5}: 10 : 5 = 2$; $\frac{2}{5} = 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{10}$.
3. Доп. множитель для дроби $\frac{7}{10}$.
 $\frac{7}{10}: 10 : 10 = 1$; $\frac{7}{10} = 7 \cdot \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{7}{10}$.

4. Общий знаменатель – 12.

Ответ: $3/4=9/12$; $5/6=10/12$.

Пример 3. Дано: дроби $1/3$ и $5/8$.

Приведем дроби к общему знаменателю.

Ключевые шаги решения:

1. $\text{НОК}(3, 8) = 24$

Доп. множитель для дроби $1/3$.

$1/3:24:3=8$; $1/3=1\cdot8/3\cdot8=8/24$

3. Доп. множитель для дроби $5/8$.

$5/8:24:8=3$; $5/8=5\cdot3/8\cdot3=15/24$.

4. Общий знаменатель – 24.

Ответ: $1/3=8/24$; $5/8=15/24$.

Алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю.

Ключевые шаги решения:

1. Найти НОК знаменателей дробей — это будет наименьший общий знаменатель.

2. Для каждой дроби вычислить дополнительный множитель:

$$\text{доп. множитель} = \frac{\text{НОК}}{\text{знаменатель дроби}}.$$

3. Умножить числитель и знаменатель каждой дроби на её дополнительный множитель:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}, \quad k \text{ — дополнительный множитель.}$$

Ответ: алгоритм состоит из трёх шагов — поиск НОК, вычисление дополнительных множителей, умножение числителя и знаменателя на соответствующий множитель.

Решим каждую задачу по шагам.

Задача 2.132

а) Запишем обыкновенные дроби в виде десятичных.

Для этого можно либо до множить числитель и знаменатель на такое число, чтобы в знаменателе получилась степень десятки (10, 100, 1000 и т. д.), либо просто разделить числитель на знаменатель.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75.$$

$$\frac{7}{50} = \frac{7 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{14}{100} = 0,14.$$

$$\frac{13}{25} = \frac{13 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{52}{100} = 0,52.$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{125}{1000} = 0,125.$$

$$\frac{17}{250} = \frac{17 \cdot 4}{250 \cdot 4} = \frac{68}{1000} = 0,068.$$

$$\frac{101}{200} = \frac{101 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{505}{1000} = 0,505.$$

б) Запишем десятичные дроби в виде обыкновенных несократимых.

Сначала запишем дробь в виде обыкновенной, а затем сократим её, разделив числитель и знаменатель на их наибольший общий делитель (НОД).

- $0,3 = \frac{3}{10}$ (уже несократима).
- $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$
- $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$
- $0,28 = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}.$
- $0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}.$
- $0,80 = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}.$
- $0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}.$
- $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}.$
- $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$
- $0,765 = \frac{765}{1000} = \frac{153}{200}$ (делим на 5).

Задача 2.133

Прямой угол равен 90° . Чтобы найти, какую часть прямого угла составляет данный угол, нужно величину данного угла разделить на 90° .

$$\text{Угол } 30^\circ: \frac{30}{90} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Угол } 45^\circ: \frac{45}{90} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Угол } 60^\circ: \frac{60}{90} = \frac{2}{3}.$$

Решим задачу 2.134 по шагам.

а) $\frac{7}{16}$ и $\frac{3}{8}$

1. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(16, 8) = 16$.
2. Первую дробь оставляем без изменений: $\frac{7}{16}$.
3. Для второй дроби дополнительный множитель: $16 : 8 = 2$.
Умножаем числитель и знаменатель на 2: $\frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16}$.

Ответ: $\frac{7}{16}$ и $\frac{6}{16}$.

б) $\frac{9}{20}$ и $\frac{21}{60}$

1. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(20, 60) = 60$.
2. Для первой дроби дополнительный множитель: $60 : 20 = 3$.
Умножаем числитель и знаменатель на 3: $\frac{9 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{27}{60}$.
3. Вторую дробь оставляем без изменений: $\frac{21}{60}$.

Ответ: $\frac{27}{60}$ и $\frac{21}{60}$.

в) $\frac{14}{75}$ и $\frac{13}{30}$

1. Разложим знаменатели на простые множители: $75 = 3 \cdot 5^2$,
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(75, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $150 : 75 = 2$.
Умножаем: $\frac{14 \cdot 2}{75 \cdot 2} = \frac{28}{150}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $150 : 30 = 5$.
Умножаем: $\frac{13 \cdot 5}{30 \cdot 5} = \frac{65}{150}$.

Ответ: $\frac{28}{150}$ и $\frac{65}{150}$.

г) $\frac{17}{20}$ и $\frac{7}{25}$

1. Разложим знаменатели: $20 = 2^2 \cdot 5$, $25 = 5^2$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(20, 25) = 2^2 \cdot 5^2 = 100$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $100 : 20 = 5$.
Умножаем: $\frac{17 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{85}{100}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $100 : 25 = 4$.
Умножаем: $\frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100}$.

Ответ: $\frac{85}{100}$ и $\frac{28}{100}$.

д) $\frac{12}{55}$ и $\frac{17}{22}$

1. Разложим знаменатели: $55 = 5 \cdot 11$, $22 = 2 \cdot 11$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(55, 22) = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $110 : 55 = 2$.
Умножаем: $\frac{12 \cdot 2}{55 \cdot 2} = \frac{24}{110}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $110 : 22 = 5$.
Умножаем: $\frac{17 \cdot 5}{22 \cdot 5} = \frac{85}{110}$.

Ответ: $\frac{24}{110}$ и $\frac{85}{110}$.

е) $\frac{25}{42}$ и $\frac{55}{147}$

1. Разложим знаменатели: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $147 = 3 \cdot 7^2$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(42, 147) = 2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 294$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $294 : 42 = 7$.
Умножаем: $\frac{25 \cdot 7}{42 \cdot 7} = \frac{175}{294}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $294 : 147 = 2$.
Умножаем: $\frac{55 \cdot 2}{147 \cdot 2} = \frac{110}{294}$.

Ответ: $\frac{175}{294}$ и $\frac{110}{294}$.

ж) $\frac{13}{750}$ и $\frac{7}{450}$

1. Разложим знаменатели: $750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3$, $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(750, 450) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 = 2250$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $2250 : 750 = 3$.
Умножаем: $\frac{13 \cdot 3}{750 \cdot 3} = \frac{39}{2250}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $2250 : 450 = 5$.
Умножаем: $\frac{7 \cdot 5}{450 \cdot 5} = \frac{35}{2250}$.

Ответ: $\frac{39}{2250}$ и $\frac{35}{2250}$.

з) $\frac{21}{225}$ и $\frac{14}{375}$

1. Разложим знаменатели: $225 = 3^2 \cdot 5^2$, $375 = 3 \cdot 5^3$.
2. Найдём НОК: $\text{НОК}(225, 375) = 3^2 \cdot 5^3 = 1125$.
3. Для первой дроби дополнительный множитель: $1125 : 225 = 5$.
Умножаем: $\frac{21 \cdot 5}{225 \cdot 5} = \frac{105}{1125}$.
4. Для второй дроби дополнительный множитель: $1125 : 375 = 3$.
Умножаем: $\frac{14 \cdot 3}{375 \cdot 3} = \frac{42}{1125}$.

Ответ: $\frac{105}{1125}$ и $\frac{42}{1125}$.

Задача 2

а) Привести дробь $\frac{4}{13}$ к знаменателю 156.

1. Найдём дополнительный множитель: разделим новый знаменатель на старый: $156 : 13 = 12$.
2. Умножим числитель и знаменатель дроби на 12: $\frac{4 \cdot 12}{13 \cdot 12} = \frac{48}{156}$.

Ответ: $\frac{48}{156}$.

б) Привести дробь $\frac{31}{124}$ к знаменателю 1612.

1. Найдём дополнительный множитель: $1612 : 124 = 13$.
2. Умножим числитель и знаменатель дроби на 13: $\frac{31 \cdot 13}{124 \cdot 13} = \frac{403}{1612}$.

Ответ: $\frac{403}{1612}$.

Задача 3

а) Привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{30}$.

1. Разложим знаменатели на простые множители: $12 = 2^2 \cdot 3$,
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.
2. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(12, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. Это и будет наименьший общий знаменатель.
3. Найдём дополнительные множители: для первой дроби $60 : 12 = 5$, для второй $60 : 30 = 2$.
4. Умножим числители и знаменатели на соответствующие множители:

- $\frac{11 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{55}{60}$,
- $\frac{7 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{14}{60}$.

Ответ: $\frac{55}{60}$ и $\frac{14}{60}$.

б) Привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{57}{112}$ и

$\frac{25}{84}$.

1. Разложим знаменатели на простые множители: $112 = 2^4 \cdot 7$,
 $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$.
2. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(112, 84) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336$.
3. Найдём дополнительные множители: для первой дроби $336 : 112 = 3$, для второй $336 : 84 = 4$.
4. Умножим числители и знаменатели на соответствующие множители:
 - $\frac{57 \cdot 3}{112 \cdot 3} = \frac{171}{336}$;
 - $\frac{25 \cdot 4}{84 \cdot 4} = \frac{100}{336}$.

Ответ: $\frac{171}{336}$ и $\frac{100}{336}$.

а) Привести к наименьшему общему знаменателю

дроби $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{30}$

1. Разложим знаменатели на простые множители: $12 = 2^2 \cdot 3$,
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.
2. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(12, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. Это и будет наименьший общий знаменатель.
3. Найдём дополнительные множители: для первой дроби $60 : 12 = 5$, для второй $60 : 30 = 2$.
4. Умножим числители и знаменатели на соответствующие множители:
 - $\frac{11 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{55}{60}$;
 - $\frac{7 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{14}{60}$.

Ответ: $\frac{55}{60}$ и $\frac{14}{60}$.

б) Привести к наименьшему общему знаменателю

дроби $\frac{57}{112}$ и $\frac{25}{84}$

1. Разложим знаменатели на простые множители: $112 = 2^4 \cdot 7$,
 $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$.
2. Найдём НОК знаменателей: $\text{НОК}(112, 84) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336$.
3. Найдём дополнительные множители: для первой дроби $336 : 112 = 3$, для второй $336 : 84 = 4$.
4. Умножим числители и знаменатели на соответствующие множители:

$$\circ \frac{57 \cdot 3}{112 \cdot 3} = \frac{171}{336},$$

$$\circ \frac{25 \cdot 4}{84 \cdot 4} = \frac{100}{336}.$$

Ответ: $\frac{171}{336}$ и $\frac{100}{336}$.

Проверочная работа. Рекомендации.

1. Нужно восстановить правильный порядок действий алгоритма приведения дробей к наименьшему общему знаменателю.
2. Сначала необходимо найти наименьшее общее кратное всех знаменателей дробей — это и будет наименьший общий знаменатель. Это действие под номером 3.
3. Затем для каждой дроби нужно найти дополнительный множитель, разделив наименьший общий знаменатель на знаменатель каждой дроби. Это действие под номером 1.
4. В конце числитель и знаменатель каждой дроби умножают на её дополнительный множитель. Это действие под номером 2.

Ответ: 3, 1, 2.

Тренировочные упражнения на систематизацию и повторение

2.128 и 2.129 и/или использовать рабочую тетрадь, с. 23, № 1.

2.131 — привести обыкновенную дробь к десятичной.

2.142, а — найти значение выражения.

2.53, в — д — выполнить действия, привести ответ к виду несократимой дроби.

Занимательные задачи с нахождение наименьшего общего делителя

1. Задача про расписание автобусов.

2.

Автобус № 1 ходит каждые 12 минут, автобус № 2 — каждые 18 минут. Они одновременно отправились с конечной остановки в 8:00. Найти, через сколько минут они снова одновременно окажутся на остановке. Дано: $T_1=12$, $T_2=18$.

Решение: $\text{НОК}(12,18)=\text{НОК}(2^2 \cdot 3; 2 \cdot 3^2)=2^2 \cdot 3^2=36$

Ответ: через 36 минут.

3. Задача про плитки.

Нужно замостить пол квадратными плитками без разрезов. Длина комнаты — 240 см, ширина — 180 см. Найти наибольший размер квадратной плитки, которой можно это сделать.

Дано: $a=240$, $b=180$.

Решение: $\text{НОД}(240,180)=\text{НОД}(2^4 \cdot 3 \cdot 5; 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5)=2^2 \cdot 3 \cdot 5=60$

Ответ: 60 см.

4. Задача про конфеты.

В пакете 48 шоколадных и 36 жележных конфет. Нужно разложить их по одинаковым наборам так, чтобы не осталось лишних. Найти наибольшее число таких наборов.

Дано: $48n_1=48$, $n_2=36$.

Решение: $\text{НОД}(48,36)=\text{НОД}(2^4 \cdot 3; 2^2 \cdot 3^2)=2^2 \cdot 3=12$

Ответ: 12 наборов.

5. Задача про шаги.

Длина шага Пети — 75 см, Васи — 60 см. Они идут по одной дорожке, начав с общей отметки. Найти наименьшее расстояние, на котором их следы снова совпадут.

Дано: $L_1=75$, $L_2=60$.

Решение: $\text{НОК}(75,60)=\text{НОК}(3 \cdot 5^2; 2^2 \cdot 3 \cdot 5)=2^2 \cdot 3 \cdot 5^2=300$.

Ответ: 300 см.

6. Задача про периодичность событий.

Событие А происходит каждые 15 дней, событие В — каждые 20 дней. Сегодня оба события совпали. Через сколько дней они снова совпадут?

Дано: $T_A=15$, $T_B=20$.

Решение: $\text{НОК}(15,20)=\text{НОК}(3 \cdot 5; 2^2 \cdot 5)=2^2 \cdot 3 \cdot 5=60$.

Ответ: через 60 дней.

Домашнее задание

П. 9, с. 60—61 (теоретический материал). Ответы на вопросы (с. 61).

№ 2.143, а, б, 2.144, а — в, 2.145, а, б, 2.146, 2.147, а.

№ 2.143, в, г, 2.144 г — е, 2.145, в, г, 2.147, б.